Posters de médiation scientifique I : Deux Jeux Combinatoires

Nicolas Nisse

Posters de médiation scientifique I : Deux Jeux Combinatoires

Nicolas Nisse⋆,⋆⋆

Université Côte d'Azur, Inria, CNRS, I3S, France

Abstract. Il s'agit du premier volet d'une série de posters que nous présentons lors de divers interventions de médiation (vulgarisation) scientifique (Fête de la Science, intervention dans des écoles, etc.). Nous essayons d'y présenter des bases théoriques (mathématiques) de l'algorithmique (Un algorithme est une suite finie et non ambiguë d'opérations ou d'instructions permettant de résoudre un problème ou d'obtenir un résultat).
Ici, nous étudions deux jeux combinatoires (Jeu de la tablette de chocolat, jeu des bâtonnets) pour illustrer la notion de stratégies gagnantes et celle de modulo. Une partie du contenu de ces posters est accessible dès l'école primaire, cependant ils peuvent être utilisés au collège voire au lycée.

⋆ nicolas.nisse@inria.fr

⋆⋆ Merci à Frédéric Havet, Dorian Mazauric et les autres membres de l'équipe COATI pour leur aide et leurs conseils.

JEUX COMBINATOIRES

Comment GAGNER à coup sûr ?

nicolas.nisse@inria.fr

Université Nice Sophia Antipolis
UNIVERSITÉ CÔTE D'AZUR
Institut Esope 21
Maison des sciences

JEU de la Tablette de Chocolat

Règle du jeu : Prenons un tablette de chocolat dont un carreau (disons le coin en bas à gauche) est empoisonné. Deux joueurs prennent tour à tour la tablette. À son tour, un joueur casse (**en suivant une ligne ou une colonne**) la tablette et rend un des 2 morceaux à l'adversaire (voir l'exemple ci-dessous).
Le joueur qui se retrouve avec (uniquement) le carreau empoisonné a PERDU !

Exemple de déroulement du jeu : à partir d'une tablette 5x9

On dit que la tablette est **carrée** si elle a le même nombre de lignes et de colonnes.

On remarque que :

- Si la tablette est carrée, alors quelle que soit la façon de la casser, on obtient une tablette non carrée (plus petite) ;
- Si la tablette n'est pas carrée, alors il existe une façon de la casser pour obtenir une tablette carrée (plus petite).
- La plus petite tablette carrée (réduite au carreau empoisonné) est **PERDANTE**.

Comment gagner à coup sûr !?!?

Par un « raisonnement par **récurrence** » sur la taille de la tablette :

Tablettes **carrées** = positions **perdantes**
Tablettes **non carrées** = positions **gagnantes**

Algorithme (recette, mode d'emploi…) pour GAGNER :

- Si la tablette n'est pas carrée, (demandez à commencer et) cassez la de façon à rendre carrée la partie contenant le carreau empoisonné.
- Sinon, insistez pour que l'autre joueur commence !!

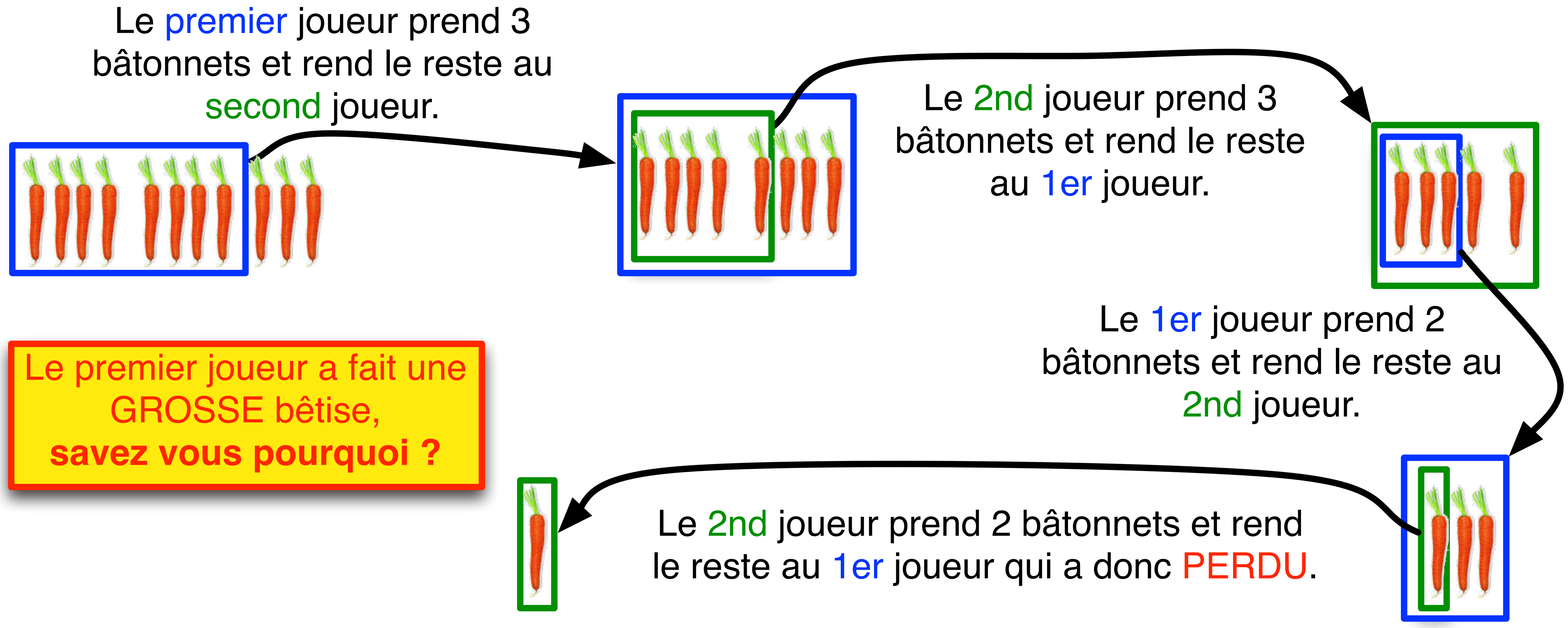
nicolas.nisse@inria.fr

JEU des Bâtonnets (1/2)

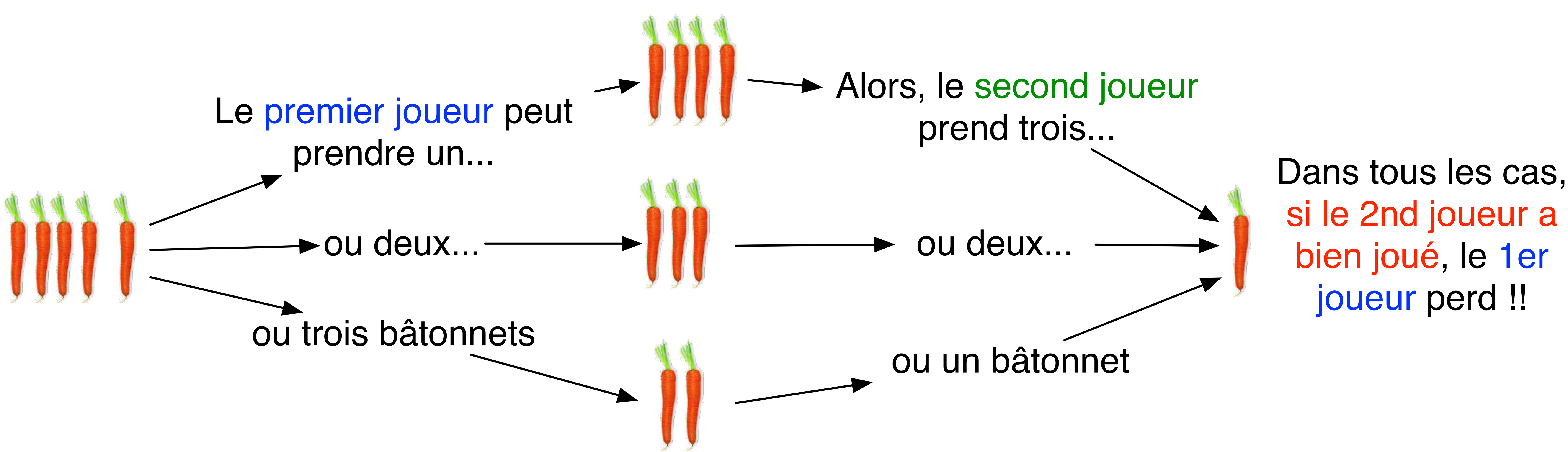
Règle du jeu : Prenons quelques bâtonnets (allumettes, carottes…).
Deux joueurs prennent tour à tour des bâtonnets.
À son tour, un joueur prend 1,2 ou 3 bâtonnets.

Le joueur qui prend le dernier bâtonnet a PERDU !

Exemple de déroulement du jeu : à partir de 11 bâtonnets.



Observons ce qui se passe avec 5=4+1 bâtonnets.



Avec 5 bâtonnets, si le second joueur joue correctement, il doit GAGNER !!

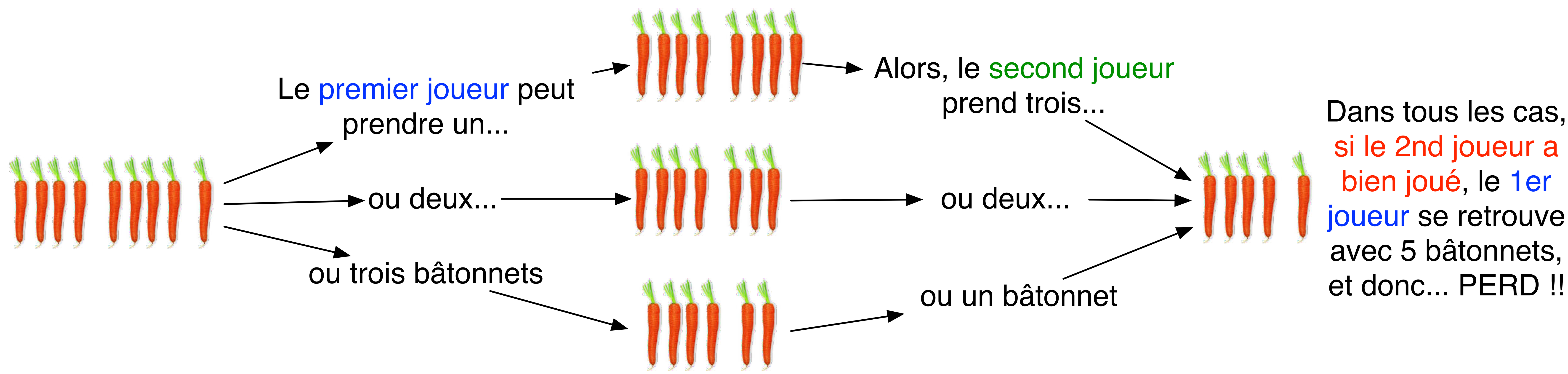
Et avec 6,7,8,9… bâtonnets qui du premier ou second joueur gagne ?

nicolas.nisse@inria.fr

JEU des Bâtonnets (2/2)

Comment gagner à coup sûr !?!?

Observons ce qui se passe avec 9=4x2+1 bâtonnets.



De manière générale, si on commence avec 4k+1 bâtonnets, si le premier joueur prend 1,2 ou 3 bâtonnets, alors le second joueur prend 3,2 ou 1 bâtonnets et on se retrouve avec 4(k-1)+1 bâtonnets.

Répétant cet algorithme, le second joueur GAGNE !!

Donc, si le nombre initial de bâtonnets vaut « 1 modulo 4 » (4k+1, c'est-à-dire 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29…), il existe toujours une stratégie gagnante pour le 2nd joueur. Sinon, il existe toujours une stratégie gagnante pour le 1er joueur. **Voyez-vous laquelle ?**

Questions : que se passe-t-il si on modifie un peu les règles :

1. Si celui qui prend le **dernier** bâtonnet GAGNE ?
2. Si on peut prendre 1,2,3 ou 4 bâtonnets ?
3. Si on peut prendre jusqu'à 42 bâtonnets à chaque tour ?

Réponses :

1. Si le nombre initial de bâtonnets est un **multiple de 4** : position perdante ; sinon : position gagnante. À partir d'un nombre de bâtonnets qui n'est pas un multiple de 4, on peut (en enlevant 1,2 ou 3 bâtonnets) se ramener à un multiple de 4. S'il ne reste que 4 bâtonnets, on PERD.
2. On peut prendre jusqu'à 4 bâtonnets et le dernier PERD : si le nombre initial de bâtonnets vaut **« 1 modulo 5 »** (5k+1, c'est-à-dire 1, 6, 11, 16, 21, 26…), il existe une stratégie gagnante pour le **2nd joueur**.
3. On peut prendre jusqu'à 42 bâtonnets et le dernier PERD : si le nombre initial de bâtonnets vaut **« 1 modulo 43 »** (43k+1, c'est-à-dire 1, 44, 87, 130…), il existe une stratégie gagnante pour le **2nd joueur**.

nicolas.nisse@inria.fr